

Seat No. \_\_\_\_\_

Time : 3 Hrs

**MAY - 2017**  
**BSC0C206- (Sem - II)**  
**Mathematics**  
વિકલ સમીકરણ અને ચામ ભૂમિતિ

Total Marks : 70

- સુચના : 1. બધા જ પ્રશ્નો ફરજિયાત છે.  
2. બધા જ પ્રશ્નોના ગુણ સરખા છે.  
3. સંકેતો સર્વત્ર પ્રચલિત છે.

1.(અ) બર્નોલીનું વિકલસમીકરણના ઉકેલ માટેની રીત સમજાવો. [7]

$$\frac{dy}{dx} - xy = x^3y^2 \text{ નો ઉકેલ પણ મેળવો.}$$

અથવા

(અ) વિકલ સમીકરણ  $y = xp + g(p)$  ના ઉકેલ માટેની રીત સમજાવો. [7]

$$\alpha p + p^2 = \log(y - xp) \text{ નો ઉકેલ પણ મેળવો. જ્યાં } \alpha \text{ અચળ છે.}$$

(બ) ગમે તે બે ગણો. [7]

1. ઉકેલ મેળવો:  $(\sin x \sin y + \sec^2 x) dx + (\tan^2 y - \cos x \cos y) dy = 0$
2. ઉકેલ મેળવો :  $y^2 p^2 - x^2 = 0$
3. ઉકેલ મેળવો :  $(e^x y + 2x \sin y) dx + (e^x + x^2 \cos y) dy = 0$
4. ઉકેલ મેળવો :  $xp - y + x^{3/2} = 0$

2.(અ) સાબિત કરો:  $\frac{1}{f(D^2)} \cos ax = \frac{1}{f(-a^2)} \cos ax$  જ્યાં  $f(-a^2) \neq 0, D = \frac{d}{dx}$  [7]

અથવા

(અ) સાબિત કરો :  $\frac{1}{f(D)} e^{ax} = \frac{1}{f(a)} e^{ax}$ . જ્યાં  $f(a) \neq 0, D = \frac{d}{dx}$  [7]

(બ) ગમે તે બે ગણો. [7]

1. ઉકેલ મેળવો:  $(D^2 - 5D + 6)y = 2e^{3x} + 3e^{2x}$
2. ઉકેલ મેળવો:  $(D^4 - 2D^3 + 5D^2 - 8D + 4)y = 0$
3. ઉકેલ મેળવો:  $(x^2 D^2 + 2xD)y = \log x$
4. ઉકેલ મેળવો:  $(D^2 + 1)^3 (D^2 - D + 1)^2 y = 0$

૩.(અ) સમતલ  $lx+my+nz=P$ , ગોલક  $x^2+y^2+z^2=a^2$ ને સ્પર્શે તે માટેની શરત [7]  
મેળવો તથા સ્પર્શબિંદુના યામ મેળવો.

અથવા

(અ)  $R^3$  માં ગોલક  $x^2+y^2+z^2=a^2$  પરના  $p(\alpha,\beta,\gamma)$  બિંદુએ સ્પર્શતલ અને [7]  
અભિલંબના સમીકરણ મેળવો.

(બ) ગમે તે બે ગણો. [7]

૧. વર્તુળ  $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-70=0$ ;  $x+5y-7z=45$ નું કેન્દ્ર અને ત્રિજ્યા શોધો.

૨. સાબિત કરો : ગોલકો  $S_1: x^2+y^2+z^2-8x+6y-6z+33=0$ ; અને

$S_2: x^2+y^2+z^2+4x+2y-5z=0$  પરસ્પર અંદરથી સ્પર્શે છે.

૩. સમતલ  $kx-y-2z=9$ એ ગોલક  $x^2+y^2+z^2=9$  ને સ્પર્શે તો  $k$  ની કિંમત શોધો.

૪. છેદગણ મેળવો : ગોલક  $x^2+y^2+z^2+2x-10y-23=0$  અને સુરેખા  $\frac{x-1}{4}=\frac{y+1}{3}=\frac{z-3}{-5}$ .

૪.(અ)પ્રચલિત સંકેતોમાં શાંકવનું ધ્રુવીય સમીકરણ  $\frac{l}{r}=1+\epsilon\cos\theta$  મેળવો. [7]

અથવા

$R^3$  માં  $\frac{x-\alpha}{l}=\frac{y-\beta}{m}=\frac{z-\gamma}{n}$  અક્ષ અને  $r$  ત્રિજ્યાવાળા સમનળાકારનું [7]  
સમીકરણ મેળવો.

(બ) ગમે તે બે ગણો. [7]

૧.  $x^2+2y^2+7z^2=5$ ,  $3x-4y+z=1$  વક્રમાંથી પસાર થતા અને ઉદગમબિંદુ શિર્ષવાળા  
શંકુનું સમીકરણ શોધો.

૨. સાબિત કરો : શાંકવની નાભિજીવાના ખંડોના વ્યસ્તનો સરવાળો અચલ છે.

૩. જો  $R^3$  માં બિંદુ  $A$  ના ગોલીય યામ  $(2, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{6})$  હોય, તો તેના સિલિન્ડ્રીય યામ અને કાર્ટેઝીય  
યામ મેળવો.

૪.  $R$  ત્રિજ્યા અને  $(\rho, \alpha)$  કેન્દ્રવાળા વર્તુળનું ધ્રુવીય સમીકરણ મેળવો.

૫.ટૂંકમાં જવાબ આપો : (ગમે તે સાત) [14]

(૧) વિકલ સમીકરણ માટે પરિમાણ ની વ્યાખ્યા આપો.

વિકલ સમીકરણ  $\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = \sin x$  ની કક્ષા લખો.

(૨) વિકલ સમીકરણ  $\frac{dy}{dx} - x = 0$  નો ઉકેલ મેળવો.

(3) સાદુરૂપ આપો :  $\frac{\sin 2x}{D^2-4}$ .

(4) ઉકેલ મેળવો :  $(D^2 + 4)^3 y = 0$ .

(5) વ્યાપક ઉકેલ અને અપૂર્વ ઉકેલની વ્યાખ્યા આપો.

(6) જેના વ્યાસાંત બિંદુઓ  $(1,2,3)$  અને  $(3,2,1)$  હોય તેવા ગોલકનું કેન્દ્ર અને ત્રિજ્યા શોધો.

(7) શાંકવનું ધ્રુવીય સમીકરણ લખો. કેન્દ્રીય શાંકવજ  $Ax^2+By^2+Cz^2=1$  ઉપવલયજ રજૂ કરે તે માટેની શરતો જણાવો.

(8) બે ગોલકો પરસ્પર સ્પર્શે તે માટેની શરત લખો.

(9) સમીકરણ  $5x = y$  નું નળાકારીય યામ પદ્ધતિમાં રૂપાંતર કરો.