GF-034019 **Seat No.** ________

B. Sc. (Sem. IV) Examination

March - 2019

CCBSCC-406B : Mathematics

(Numerical Analysis)

Time : **3** Hours] [Total Marks : **70**

સૂચના : (૧) આ પ્રશ્નપત્રમાં કુલ પાંચ પ્રશ્નો છે.

(૨) બધા જ પ્રશ્નો ફરજિયાત છે.

(૩) સંકેતો સાર્વત્રિક છે.

(૪) જમણી બાજુના અંકો જે તે પ્રશ્ન/પેટાપ્રશ્નના ગુણભાર દર્શાવે છે.

(૫) "Scientific Calculator" નો ઉપયોગ કરી શકાશે.

૧ (અ) જો $P_n(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_nx^n$ જ્યાં $a_n \neq 0$ તો ૭

પ્રચલિત સંકેતમાં સાબિત કરો કે

$\Delta^n P_n(x) =$ અચળ; $\Delta^{n+1} P_n(x) = 0$.

અથવા

(અ) સમાન ગાળા માટે ન્યૂટનનું પૃષ્ઠ અંતર્વેશન સૂત્ર તારવો.

(બ) પ્રચલિત સંકેતમાં Δની વ્યાખ્યા આપો. ૭

$\Delta f(x)\cdot g(x)$ અને $\Delta \frac{f(x)}{g(x)}$ના પરિણામો મેળવો અને સાબિત કરો કે

$\Delta\nabla = \Delta - \nabla$.

અથવા

(બ) પ્રચલિત સંકેતમાં $u^{[n]}$ અને $u^{[-n]}$ની વ્યાખ્યા આપો.

સાબિત કરો કે

(i) $\dfrac{u^{[n]}}{u^{[m]}} = [u-m]^{[n-m]}$ જ્યાં $n > m$

(ii) $u^{[n]}[u-n]^{[m]} = u^{[n+m]}$

૨ (અ) સમાન ગાળા માટે ગૉસનું પૃષ્ઠ-અંતર્વેશન સૂત્ર તારવો. ૭

અથવા

(અ) $G(I)$ મધ્ય-અંતર્વેશન સૂત્રનો ઉપયોગ કરી $F(3.2)$ મેળવો.

x	1	2	3	4	5
y	2	9	28	65	126

(બ) સમાન ગાળા માટે સ્ટર્લીંગનું અંતર્વેશન સૂત્ર 'μ' સંકેતમાં તારવો. ૭

અથવા

(બ) સમાન ગાળા માટે બેસેલ(Bessel's) નું અંતર્વેશન સૂત્ર તારવો.

૩ (અ) અસમાન ગાળા માટે લાગ્રાન્જનું અંતર્વેશન સૂત્ર તારવો. ૭

અથવા

(અ) સાબિત કરો કે વિભાજિત અંતર તેમની તમામ ચલ-કિંમતો માટે સંમિત છે.

(બ) વ્યાપક ક્ષેત્રફલન સૂત્ર તારવો અને તે પરથી સમલંબકનો નિયમ તારવો. ૭

અથવા

(બ) સિમ્પસન $\dfrac{3}{8}$ નો નિયમ લખો. આ નિયમનો ઉપયોગ કરી

$\int_0^1 \dfrac{1}{1+x^2}dx$ નાં ૭ સમાન અંતરાલમાં વિભાજન કરી મૂલ્ય મેળવો.

૪ (અ) પ્રારંભિક શરત $x = x_0$ ત્યારે $y = y_0$ હેઠળ, પ્રથમ કક્ષાના વિકલ ૭

સમીકરણ $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$નો ઉકેલ ટેઈલરની રીતથી વર્ણવો.

અથવા

(અ) સમીકરણ $f(x) = 0$ના વાસ્તવિક બીજ શોધવા માટેનું ન્યૂટન રાફસન સૂત્ર તારવો. તે પરથી p મું મૂળ શોધવા માટેનું સૂત્ર તારવો.

(બ) પિકાર્ડની રીતથી $\frac{dy}{dx} = x + y$ જ્યાં $y(0) = 1$, $y(0.1)$ માટે ઉકેલ ૭

પાંચ દશાંશ સ્થળ સુધી મેળવો.

અથવા

(બ) ન્યૂટન રાફસન સૂત્રનો ઉપયોગ કરી

$\frac{1}{\sqrt{N}}, \sqrt[5]{N}$ અને $\frac{1}{N}$ના ગણતરીનાં સૂત્રો મેળવો.

અને $\sqrt{27}$ ની છ દશાંશ સુધીની કિંમત મેળવો.

૫ ટૂંકમાં જવાબ આપો : (ગમે તે સાત) ૧૪

(૧) જો $f(x) = x^3 - x$ હોય તો પ્રચલિત સંકેતમાં $f(3, 4, 5)$ શોધો.

(૨) કિંમત શોધો $\left(\frac{\Delta^2}{E}\right)x^3$ જ્યાં $h = 1$.

(૩) સાબિત કરો $\nabla = 1 - E^{-1}$.

(૪) અંતર્વેશન અને બહિર્વેશનની વ્યાખ્યા આપો.

(૫) ન્યૂટનનું અગ્ર અંતર્વેશન સૂત્ર લખો.

(૬) પ્રચલિત સંકેતમાં E અને μ ની વ્યાખ્યા આપો.

(૭) સાબિત કરો કે $f(x_0, x_1) = \frac{1}{h}\Delta f(x_0)$

જ્યાં h અંતરાલ છે.

(૮) અસમાન ગાળા માટે ન્યૂટનનું વિભાજિત અંતર્વેશન સૂત્ર લખો.

(૯) સાબિત કરો $(1+\Delta)(1-\nabla)=1$.

ENGLISH VERSION

Instructions : (1) Total five questions in the paper.
(2) All questions are compulsory.
(3) Notations are usual meaning.
(4) Figures to the right indicate full marks of the question/subquestion.
(5) Use "Scientific Calculator".

1 (a) If $P_n(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_nx^n$ where $a_n \neq 0$ then **7**

prove that $\Delta^n P_n(x) = \text{Constant}$; $\Delta^{n+1} P_n(x) = 0$.

OR

(a) Derive Newton's backward interpolation formula for equal interval.

(b) In usual notation define Δ and derive result of **7**

$\Delta f(x)\cdot g(x)$ and $\Delta \frac{f(x)}{g(x)}$ also prove $\Delta\nabla = \Delta - \nabla$.

OR

(b) Define $u^{[n]}$ and $u^{[-n]}$

Prove that

(i) $\dfrac{u^{[n]}}{u^{[m]}} = [u-m]^{[n-m]}$ where $n < m$

(ii) $u^{[n]}[u-n]^{[m]} = u^{[n+m]}$

2 (a) Derive Gauss backward central interpolation formula for equal interval. 7

OR

(a) Using $G(I)$ formula find $F(3.2)$ from the given table :

x	1	2	3	4	5
y	2	9	28	65	126

(b) Derive Streling's interpolation formula in 'μ' notation. 7

OR

(b) Derive Bessel's central interpolation formula for equal interval.

3 (a) Derive Lagrange's interpolation formula for unequal interval. 7

OR

(a) Prove that divided difference is symmetry about all variables.

(b) Derive general quadrature formula. Using this formula obtain Trapezoidal rule. 7

OR

(b) State Simpson's $\frac{3}{8}^{th}$ rule. Using this rule,

find the value of $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$ up to five decimal places.

(Divided 6-subintervals).

4 (a) Discuss Taylor's method to solving linear differential equation $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ with initial condition $x = x_0$, $y = y_0$. **7**

OR

(a) Explain Newton Raphson's method for solving equation $f(x) = 0$. From this formula derive formula for p^{th} root of any no.

(b) Using Picard's method to solve $\frac{dy}{dx} = x + y$ where $y(0) = 1$, for $y(0.1)$ up to five decimal place. **7**

OR

(b) Using N. R. formula, derive a formula for find the value of $\sqrt{N}, \sqrt[5]{N}$ and $\frac{1}{N}$, also find the value of $\sqrt{27}$ upto six decimal places.

5 Answer in short : (any seven) **14**

(1) If $f(x) = x^3 - x$ then in usual notation find $f(3, 4, 5)$.

(2) Find the value of $\left(\frac{\Delta^2}{E}\right)x^3$ where $h=1$.

(3) Prove that $\nabla = 1 - E^{-1}$.

(4) Define interpolation and extrapolation.

(5) State Newton's forward interpolation formula for equal interval.

(6) In usual notation define operators E and μ.

(7) Prove that $f(x_0, x_1) = \frac{1}{h}\Delta f(x_0)$ where h is an interval.

(8) State Newton's divided interpolation formula for unequal interval.

(9) Prove that $(1+\Delta)(1-\nabla) = 1$.