



GAN-032006

Seat No. _____

B. Sc. (Sem. II) Examination

March/April - 2019

CCBSCOC206 : Mathematics

(Differential Equations & Geometry)

Time : 3 Hours]

[Total Marks : 70

સૂચના : 1.કુલ પાંચ પ્રશ્નો આપેલા છે.

2.બધા જ પ્રશ્નો ફરજિયાત છે.

3.સકિનો સાર્વત્રિક છે.

4.જમણી બાજુના અંક જે તે પ્રશ્ન/પેટા પ્રશ્નનો પૂરો ગુણભાર દર્શાવે છે.

1.(અ) સુરેખ સમીકરણના ઉકેલ માટેની રીત સમજાવો . [7]

$$x \frac{dy}{dx} + y = x \log x \text{ નો ઉકેલ પણ મેળવો.}$$

અથવા

(અ) વિકલ સમીકરણ $y = xp + f(p)$ ના ઉકેલ માટેની રીત સમજાવો . [7]

$$y^3p^3 + y - 2xp = 0 \text{ નો ઉકેલ પણ મેળવો.}$$

(બ) ગમે તે બે ગણો . [7]

$$1. \text{ ઉકેલ મેળવો : } (\sin y - \cos x) dx + (x \cos y + \sin y) dy = 0$$

$$2. \text{ ઉકેલ મેળવો : } y^2p^2 - x^2 = 0$$

$$3. \text{ ઉકેલ મેળવો : } (e^x y + 2x \sin y) dx + (e^x + x^2 \cos y) dy = 0$$

$$4. \text{ ઉકેલ મેળવો : } xp - y + x^{3/2} = 0$$

2.(અ) ઉકેલ મેળવો : $\frac{1}{f(D^2)} \cos ax = \frac{1}{f(-a^2)} \cos ax$; જ્યાં $f(-a^2) \neq 0$, $D = d/dx$ [7]

$$\frac{1}{D^2 + 4} (\cos 3x + \cos 5x) \text{ નો ઉકેલ મેળવો.}$$

અથવા

(અ) ઉકેલ મેળવો : $\frac{1}{f(D)} e^{ax} = \frac{1}{f(a)} e^{ax}$; જ્યાં $f(a) \neq 0$, $D = d/dx$ [7]

$$\frac{1}{9D^2 - 1} e^{-x} \text{ નો ઉકેલ મેળવો.}$$

(બ) ગમે તે બે ગણો. [7]

$$1. \text{ ઉકેલ મેળવો : } (D^2 + 1)^3 (D^2 - D + 1)^2 y = 0$$

$$2. \text{ ઉકેલ મેળવો : } (D^4 - 2D^3 + 5D^2 - 8D + 4) y = 0$$

$$3. \text{ ઉકેલ મેળવો : } (x^2 D^2 + 2xD) y = \log x$$

$$4. \text{ ઉકેલ મેળવો : } (D^3 + D^2 + D + 1) y = \sin 2x$$

- 3.(અ) સમતલ $lx + my + nz = P$, ગોલક $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ ને સ્પર્શે તે માટેની શરત મેળવો તથા સ્પર્શબિંદુના યામ મેળવો. [7]

અથવા

- (અ) R^3 માં ગોલક $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ પરના (α, β, γ) બિંદુએ સ્પર્શતલ અને અભિલંબના સમીકરણ મેળવો. [7]

- (બ) ગમે તે બે ગણો. [7]

1. વર્તુળ $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 70 = 0$; $x + 5y - 7z = 45$ નું કેન્દ્ર અને ત્રિજ્યા શોધો.

2. સાબિત કરો ગોલકો: $S_1: x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 6y - 6z + 33 = 0$; અને

$S_2: x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 2y - 59 = 0$ પરસ્પર અંદરથી સ્પર્શે છે.

3. સમતલ $kx - y - 2z = 9$ એ ગોલક $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ ને સ્પર્શે તો k ની કિંમત શોધો.

4. છેદગણ મેળવો ગોલક $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 10y - 23 = 0$ અને સુરેખા $\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-3}{-5}$.

- 4.(અ) પ્રચલિત સંક્રિતોમાં શાંકવનું ધ્રુવીય સમીકરણ $\frac{l}{r} = 1 + \cos\theta$ મેળવો. [7]

અથવા

- (અ) R^3 માં જેનું શીર્ષ $A(\alpha \beta \gamma)$ અને ગોલક $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ સ્પર્શતાં હોય [7]

તેવા પરીસ્પર્શી શંકુનું સમીકરણ મેળવો.

- (બ) ગમે તે બે ગણો. [7]

1. $x^2 + 2y^2 + 7z^2 = 5, 3x - 4y + z = 1$ વક્રમાંથી પસાર થતા ઉદગમબિંદુ શિર્ષવાળા શંકુનું સમીકરણ શોધો.

2. સાબિત કરો : નાભિજીવા શાંકવનીના ખંડોના વ્યસ્તનો સરવાળો અચલ છે

3. જો બિંદુ A ના ગોલીય યામ $(2, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{6})$ હોય, તો તેના સિલિન્ડ્રીય યામ અને કાર્ટેઝીય યામ મેળવો.

4 (ρ, α) કેન્દ્ર અને ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળનું ધ્રુવીય સમીકરણ મેળવો.

5. ટૂંકમાં જવાબ આપો (ગમે તે સાત) : [14]

1) વિકલસમીકરણના પરીમાણની વ્યાખ્યા આપો અને $(\frac{d^2y}{dx^2})^3 + (\frac{dy}{dx})^2 = \sin x$ ની કક્ષા લખો.

2) વિકલ સમીકરણ $\frac{dy}{dx} - x = 0$ નો ઉકેલ મેળવો.

3) સાદુરૂપ આપો $\frac{\sin 2x}{D^2 - 9}$.

4) સાદુરૂપ આપો : $(D^2 + 25)^3 y = 0$.

5) સામાન્ય ઉકેલ અને વિશિષ્ટ ઉકેલની વ્યાખ્યા આપો

6) જેના વ્યાસાંત બિંદુઓ $(2, -2, 3)$ અને $(3, -2, 1)$ હોય તેવા ગોલકનું સમીકરણ શોધો.

7) શંકુની વ્યાખ્યા આપી તેના પ્રકારો લખો.

8) બે ગોલકો પરસ્પર બહારથી સ્પર્શે તે માટેની શરત લખો.

9) સમીકરણ $2x - y = 0$ નું નળાકારીય યામ પદ્ધતિમાં રૂપાંતર કરો.

ENGLISH VERSION

Instructions : 1. There are five questions.

2. All questions are compulsory.

3. Notations are usual.

4. Figures to the right indicate full marks of question/sub-question.

1.(A) Explain the method to solve linear differential equation. Also

Solve $x \frac{dy}{dx} + y = x \log x$. [7]

OR

1.(A) Explain the method to solve a differential equation $y = xp + f(p)$.

Solve $y^3 p^3 + y - 2xp = 0$ where $P = \frac{dy}{dx}$

(B) Attempt any two : [7]

1. Solve : $(\sin y - \cos x) dx + (x \cos y + \sin y) dy = 0$

2. Solve: $y^2 p^2 - x^2 = 0$

3. Solve: $(e^x y + 2x \sin y) dx + (e^x + x^2 \cos y) dy = 0$

4. Solve: $xp - y + x^{3/2} = 0$

2.(A) In usual notations prove : $\frac{1}{f(D^2)} \cos ax = \frac{1}{f(-a^2)} \cos ax$ if $f(-a^2) \neq 0$, $D = \frac{d}{dx}$. [7]

Also solve $\frac{1}{D^2 + 4} (\cos 3x + \cos 5x)$.

OR

(A) In usual notations prove : $\frac{1}{f(D)} e^{ax} = \frac{1}{f(a)} e^{ax}$ if $f(a) \neq 0$, $D = \frac{d}{dx}$.

Also solve $\frac{1}{9D^2 - 1} e^{-x}$.

(B) Attempt any two : [7]

1. Solve : $(D^2 + 1)^3 (D^2 - D + 1)^2 y = 0$

2. Solve: $(D^4 - 2D^3 + 5D^2 - 8D + 4)y = 0$

3. Solve: $(x^2 D^2 + 2xD) y = \log x$

4. Solve: $(D^3 + D^2 + D + 1)y = \sin 2x$

3.(A) Find the condition that the plane $lx + my + nz = p$ touches the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$. And also obtain the co-ordinates of the point of contact. [7]

OR

(A) Find the equation of the tangent plane and normal to the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ at point $p(\alpha, \beta, \gamma)$.

(B) Attempt any two :

[7]

1. Find the centre and radius of the circle $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-70=0$; $x+5y-7z=45$.
2. Prove : Spheres $S_1: x^2+y^2+z^2-8x+6y-6z+33=0$; and $S_2: x^2+y^2+z^2+4x+2y-59=0$ touches each other internally.
3. Find the value of k , if the plane $kx - y - 2z = 9$ touches the sphere $x^2+y^2+z^2=9$.
4. Obtain Intersection set between sphere $x^2+y^2+z^2+2x-10y-23=0$ and
Line $\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-3}{-5}$.

- 4.(A) In usual notation obtain the polar equation of a conic in the form

$$\frac{1}{r} = 1 + e \cos \theta.$$

[7]

OR

- (A) In R^3 Find the equation of enveloping cone whose vertex $A(\alpha \beta \gamma)$ and touch the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$.

(B) Attempt any two :

[7]

1. Find the equation of cone having vertex at origin & passing through the curve $x^2+2y^2+7z^2=5$, $3x-4y+z=1$.
2. Prove : The sum of reciprocals of the segments of a focal chord of a conic, made by focus is constant.
3. If the spherical co-ordinates of a point A are $(2, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{6})$ in R^3 , find its Cylindrical co-ordinates & Cartesian co-ordinates.
4. Obtain a polar equation of a circle where centre is (ρ, α) and radius is a

5. Write answer in short: (any seven)

[14]

- (1) Define Degree of a differential equation. Write the order of differential equation $(\frac{d^2y}{dx^2})^3 + (\frac{dy}{dx})^2 = \sin x$.
- (2) Solve the differential equation $\frac{dy}{dx} - x = 0$.
- (3) Simplify $\frac{\sin 2x}{D^2-9}$.
- (4) Solve : $(D^2 + 25)^3 y = 0$
- (5) Define : General solution and Particular solution.
- (6) Find the equation of sphere having extremities $(2,-2,3)$ and $(3,-2,1)$ of its diameter.
- (7) Define Cone and write its different types.
- (8) Write the condition under which two spheres touch each other externally.
- (9) Transform the equation $2x - y = 0$ in cylindrical co-ordinate system.